

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΠΡΟΛΟΓΟΣ</b> .....	vii
<b>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</b> .....	ix
<b>ΓΕΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	xv
<b>Κεφάλαιο 1 ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΑΠΟ ΤΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ</b>	
1.1 Πίνακες, κατανομές, ιστογράμματα .....	1
1.2 Πυκνότητα πιθανότητας, καμπύλη συχνοτήτων .....	5
1.3 Μέση τιμή .....	7
1.4 Μέτρα διασποράς .....	10
1.4.1 Εύρος .....	10
1.4.2 Απόκλιση και μέση απόλυτη απόκλιση .....	11
1.4.3 Τυπική απόκλιση .....	12
Προβλήματα .....	17
<b>Κεφάλαιο 2 ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ</b>	
2.1 Σφάλματα των μετρήσεων .....	19
2.1.1 Τυχαία σφάλματα .....	19
2.1.2 Συστηματικά σφάλματα .....	20
2.1.3 Προσωπικά σφάλματα .....	22
2.1.4 Περιστασιακά σφάλματα .....	23
2.1.5 Η ακρίβεια στην ανάγνωση των ενδείξεων οργάνων .....	23
2.2 Σφάλματα σύνθετων μεγεθών .....	27
2.2.1 Σφάλμα αθροίσματος ή διαφοράς .....	27
2.2.2 Σφάλμα γινομένου .....	29
2.2.3 Σφάλμα δύναμης .....	30
2.2.4 Σφάλμα πηλίκου .....	31
2.2.5 Η χρήση διαφορικών .....	32
2.2.5.1 Συναρτήσεις μιας μεταβλητής .....	32
2.2.5.2 Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών .....	34
Προβλήματα .....	40

**Κεφάλαιο 3 ΕΝΑ ΝΟΗΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ**

3.1 Το νοητό πείραμα .....	41
----------------------------	----

**Κεφάλαιο 4 Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ**

4.1 Η μέση τιμή και η διασπορά των μετρήσεων .....	57
4.2 Οι τυπικές αποκλίσεις .....	60
4.2.1 Η τυπική απόκλιση των μετρήσεων .....	60
4.2.2 Η τυπική απόκλιση της μέσης τιμής .....	63
4.2.3 Η σχέση ανάμεσα στις $\sigma$ και $\sigma_{\bar{x}}$ .....	65
4.2.4 Η σχέση ανάμεσα στην $s_x$ και τις $\sigma$ και $\sigma_{\bar{x}}$ .....	66
4.3 Η τυπική απόκλιση της τυπικής απόκλισης της μέσης τιμής .....	68
4.4 Πληροφορίες που προκύπτουν από τη μέτρηση των $\bar{x}$ και $s_x$ .....	70
4.4.1 Η μέση τιμή των αποτελεσμάτων των μετρήσεων και η τυπική της απόκλιση .....	70
4.4.2 Η στατιστική κατανομή των αποτελεσμάτων των μετρήσεων .....	72
4.4.3 Στατιστικές εκτιμήσεις για τη μέση τιμή .....	80
4.4.4 Ανακεφαλαίωση της μεθόδου επεξεργασίας των αποτελεσμάτων .....	82
Προβλήματα .....	85

**Κεφάλαιο 5 Η ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ**

5.1 Σημαντικά ψηφία και στρογγυλοποίηση αριθμών .....	89
5.2 Η παρουσίαση του αριθμητικού αποτελέσματος μιας σειράς μετρήσεων .....	91
5.3 Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων στην παρουσίαση αριθμητικών αποτελεσμάτων .....	92
5.4 Το διεθνές σύστημα μονάδων (S.I.) και οι κανόνες χρήσης του .....	99
Προβλήματα .....	105

**Κεφάλαιο 6 Η ΔΙΑΔΟΣΗ ΤΩΝ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ**

6.1 Ο συνδυασμός δύο σειρών μετρήσεων του ίδιου φυσικού μεγέθους .....	107
6.1.1 Η μέση τιμή $\bar{x}$ του συνόλου των μετρήσεων .....	108
6.1.2 Η τυπική απόκλιση $s_x$ του συνόλου των μετρήσεων .....	108
6.1.3 Η τυπική απόκλιση της μέσης τιμής $\sigma_{\bar{x}}$ του συνόλου των μετρήσεων .....	109
6.2 Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση ενός παράγωγου μεγέθους .....	111
6.2.1 Η μέση τιμή και οι τυπικές αποκλίσεις μιας συνάρτησης μίας μεταβλητής .....	111
6.2.2 Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση ενός αλγεβρικού αθροίσματος ...	116
6.2.3 Η μέση τιμή και οι τυπικές αποκλίσεις μιας γενικής συνάρτησης πολλών μεταβλητών .....	122
Προβλήματα .....	129

**Κεφάλαιο 7 ΟΙ ΤΡΕΙΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ**

7.1	Ιστογράμματα πειραματικών πιθανοτήτων .....	133
7.2	Η διωνυμική κατανομή ή κατανομή Μπερνουλί .....	137
7.2.1	Η κανονικοποίηση της διωνυμικής κατανομής .....	140
7.2.2	Η μέση τιμή του $x$ για τη διωνυμική κατανομή .....	140
7.2.3	Η τυπική απόκλιση του $x$ για τη διωνυμική κατανομή .....	141
7.3	Η κατανομή Πουασόν .....	142
7.3.1	Η κανονικοποίηση της κατανομής Πουασόν .....	145
7.3.2	Η μέση τιμή του $x$ για την κατανομή Πουασόν .....	145
7.3.3	Η τυπική απόκλιση του $x$ για την κατανομή Πουασόν .....	146
7.4	Η κανονική κατανομή ή κατανομή Γκάους .....	149
7.4.1	Η κανονικοποίηση της γκαουσιανής κατανομής .....	153
7.4.2	Η μέση τιμή του $x$ για την γκαουσιανή κατανομή .....	153
7.4.3	Η τυπική απόκλιση του $x$ για την γκαουσιανή κατανομή .....	153
7.4.4	Η γκαουσιανή κατανομή και το φαινόμενο της διάχυσης .....	154
	Προβλήματα .....	157

**Κεφάλαιο 8 Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΤΗΣ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

8.1	Η συμπεριφορά μεγάλων δειγμάτων. Ο νόμος της ραδιενέργειας .....	159
8.2	Πυρηνικές διασπάσεις και διωνυμική κατανομή .....	163
8.3	Ραδιενέργεια και κατανομή Πουασόν .....	165
8.4	Ο ρυθμός καταμέτρησης των πυρηνικών διασπάσεων και το σφάλμα του ..	167
	Προβλήματα .....	174

**Κεφάλαιο 9 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ**

9.1	Ο κανονικός ή γκαουσιανός νόμος των σφαλμάτων .....	175
9.2	Το θεώρημα του κεντρικού ορίου .....	181
9.3	Η καλύτερη εκτίμηση που μπορεί να γίνει για την πραγματική τιμή ενός μεγέθους, με βάση τα αποτελέσματα $N$ μετρήσεων του .....	192
9.4	Στάθμιση των τιμών .....	193
9.5	Η από κοινού πυκνότητα πιθανότητας για δύο μεταβλητές .....	198
9.6	Η πυκνότητα πιθανότητας του αθροίσματος δύο τυχαίων μεταβλητών .....	201
9.6.1	Η πυκνότητα πιθανότητας του αθροίσματος δύο κανονικά κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών .....	204
	Προβλήματα .....	212

**Κεφάλαιο 10 Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ**

10.1	Εισαγωγή .....	213
10.2	Η θεωρητική θεμελίωση της μεθόδου των ελάχιστων τετραγώνων .....	214

10.3	Η προσαρμογή καμπυλών σε πειραματικά σημεία .....	216
10.3.1	Ευθεία .....	216
10.3.1.1	Σταθμισμένες μετρήσεις .....	225
10.3.2	Πολυώνυμο .....	225
10.3.2.1	Παραβολή .....	226
10.3.3	Άλλες καμπύλες .....	229
10.3.4	Αναγωγή μη γραμμικών σχέσεων σε γραμμικές .....	230
10.4	Η επιλογή της βέλτιστης συνάρτησης που προσαρμόζεται στα πειραματικά σημεία .....	231
10.5	Η ευθεία παλινδρόμησης και ο συντελεστής συσχέτισης .....	232
10.6	Η εξομάλυνση δεδομένων ή καμπυλών .....	236
10.7	Η χρήση της μεθόδου των ελάχιστων τετραγώνων για τη λύση γραμμικών εξισώσεων .....	239
	Προβλήματα .....	242

## Κεφάλαιο 11 Η ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ Η ΑΠΟΡΡΙΨΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

11.1	Το πρόβλημα της απόρριψης μετρήσεων .....	247
11.2	Το κριτήριο του Σοβενέ .....	249
11.3	Σχόλια σχετικά με την απόρριψη μετρήσεων .....	253
11.4	Σύγκριση των μέσων τιμών δύο σειρών μετρήσεων του ίδιου μεγέθους ...	255
	Προβλήματα .....	257

## Κεφάλαιο 12 ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

12.1	Εισαγωγή .....	259
12.2	Οι άξονες .....	260
12.2.1	Γραμμικές κλίμακες .....	261
12.2.2	Λογαριθμικές κλίμακες .....	263
12.2.3	Άλλα θέματα σχετικά με τους άξονες και τις κλίμακες γραφικών παραστάσεων .....	268
12.2.4	Οι τίτλοι των αξόνων και οι μονάδες των φυσικών μεγεθών .....	272
12.3	Τα σημεία .....	273
12.4	Η καμπύλη .....	275
12.5	Η κλίση της καμπύλης .....	280
12.5.1	Γραφική μέθοδος υπολογισμού των σφαλμάτων $\delta a$ και $\delta l$ στις παραμέτρους $a$ και $l$ της ευθείας $y = a + lx$ .....	282
12.5.2	Ο υπολογισμός των κλίσεων ευθειών σε γραφικές παραστάσεις με λογαριθμικές κλίμακες .....	284
12.5.2.1	Δύο λογαριθμικές κλίμακες .....	284

12.5.2.2 Μία γραμμική και μία λογαριθμική κλίμακα .....	288
12.5.2.3 Η ανάλυση της ενεργότητας ραδιενεργού δείγματος σε συνιστώσες .....	292
Προβλήματα .....	293
<b>Κεφάλαιο 13 Η ΓΡΑΠΤΗ ΕΚΘΕΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΕΝΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ</b>	
13.1 Εισαγωγή .....	299
13.2 Η προετοιμασία για τη συγγραφή της έκθεσης, κατά τη διάρκεια της πειραματικής εργασίας .....	300
13.3 Η έκθεση ενός πειράματος .....	302
<b>Παράρτημα 1 ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ ΘΕΜΕΛΙΩΔΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ</b> .....	305
<b>Παράρτημα 2 Η ΕΥΘΕΙΑ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ <math>y = \alpha + \lambda x</math>. ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΣΤΑ ΜΕΓΕΘΗ <math>\alpha</math> ΚΑΙ <math>\lambda</math></b> .....	309
<b>Παράρτημα 3 ΔΙΑΣΤΑΣΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ</b> .....	319
Π3.1 Οι διαστάσεις των φυσικών μεγεθών .....	320
Π3.2 Ομοιογένεια εξισώσεων όσον αφορά τις διαστάσεις .....	321
Π3.3 Η εξαγωγή σχέσεων μεταξύ φυσικών μεγεθών με χρήση της διαστασικής ανάλυσης .....	322
Προβλήματα .....	329
<b>Παράρτημα 4 Η ΧΡΗΣΗ ΤΥΧΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΣΤΗΝ ΕΥΡΕΣΗ ΤΙΜΩΝ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ <math>x</math>, ΟΙ ΟΠΟΙΕΣ ΕΧΟΥΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕ ΔΕΔΟΜΕΝΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ <math>f(x)</math></b> .....	331
Π4.1 Η χρήση τυχαίων αριθμών για την εύρεση τιμών της τυχαίας μεταβλητής $x$ , οι οποίες να κατανέμονται σύμφωνα με μια δεδομένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ .....	331
Προβλήματα .....	337
<b>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ</b> .....	339
<b>ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ</b> .....	347