

Πρόλογος . . . . . xvii

<b>Ανάλυση Αναλογικού Σήματος</b>	<b>1</b>
<b>1 Εισαγωγή στα Σήματα &amp; Συστήματα</b>	<b>3</b>
1.1 Είδη σημάτων . . . . .	3
1.2 Συνέλιξη . . . . .	3
1.2.1 Ιδιότητες της συνέλιξης . . . . .	6
1.2.2 Αυτοσυσχέτιση . . . . .	12
1.2.3 Συναρτήσεις συσχέτισης . . . . .	15
1.2.4 Τελεστές μετατόπισης και κλιμάκωσης . . . . .	18
1.2.5 Εσωτερικό γινόμενο σημάτων . . . . .	21
1.2.6 Περιοδική συνέλιξη . . . . .	22
1.2.7 Πολλαπλασιαστική συνέλιξη . . . . .	23
1.2.8 Συνέλιξη σε 2 διαστάσεις . . . . .	26
1.3 Χρήσιμα σήματα . . . . .	26
1.3.1 Μοναδιαία βηματική συνάρτηση ή συνάρτηση Heaviside . . . . .	26
1.3.2 Τετραγωνικός παλμός ή συνάρτηση παραθύρου . . . . .	30
1.3.3 Συνάρτηση ράμπας ή συνάρτηση αναρρίχησης . . . . .	32
1.3.4 Τριγωνική συνάρτηση . . . . .	32
1.3.5 Συνάρτηση προσήμου . . . . .	34
1.3.6 Πυρήνας του Fourier . . . . .	34
1.3.7 Ολοκλήρωμα sine . . . . .	35
1.3.8 Ολοκλήρωμα cosine . . . . .	36
1.3.9 Εκθετικό ολοκλήρωμα . . . . .	37
1.3.10 Συνάρτηση σφάλματος . . . . .	37
1.3.11 Κρουστική συνάρτηση . . . . .	38
1.3.12 Η συνάρτηση δέλτα, $\delta(x)$ . . . . .	38
1.3.13 Ορισμός της συνάρτησης δέλτα . . . . .	39
1.3.14 Μορφές της συνάρτησης δέλτα . . . . .	39
1.3.15 Ιδιότητες της συνάρτησης δέλτα . . . . .	42
1.3.16 Συνάρτηση δέλτα σε 2 διαστάσεις . . . . .	55

1.3.17	Συνάρτηση δέλτα σε 3 διαστάσεις . . . . .	56
1.3.18	Αλλαγή συστήματος συντεταγμένων . . . . .	56
1.3.19	Πυκνότητα μάζας και συνάρτηση δέλτα . . . . .	60
1.3.20	Στατιστική & συνάρτηση δέλτα . . . . .	63
1.3.21	Ανάπτυγμα δέλτα . . . . .	68
1.3.22	Δειγματοληπτική συνάρτηση, $\Delta(t)$ . . . . .	74
1.3.23	Κενές συναρτήσεις . . . . .	76
1.3.24	Περιοδικά σήματα . . . . .	77
1.3.25	Ενέργεια και ισχύς σήματος . . . . .	78
1.4	Συστήματα . . . . .	81
1.4.1	Γραμμικά και μη γραμμικά συστήματα . . . . .	82
1.4.2	Χρονικά αμετάβλητα και μεταβαλλόμενα συστήματα . . . . .	83
1.4.3	Στατικά και δυναμικά συστήματα . . . . .	84
1.4.4	Ευσταθή και ασταθή συστήματα . . . . .	84
1.4.5	Συστήματα με ανάδραση . . . . .	84
1.4.6	Αντίστροφα συστήματα . . . . .	84
1.4.7	Αιτιατά συστήματα . . . . .	84
1.4.8	Κρουστική απόκριση συστήματος . . . . .	86
1.4.9	Βηματική απόκριση συστήματος . . . . .	89
1.4.10	Διασύνδεση συστημάτων . . . . .	91
1.4.11	Επίλυση διαφορικών εξισώσεων . . . . .	93
<b>2</b>	<b>Μετασχηματισμός &amp; Σειρές Fourier</b> . . . . .	<b>99</b>
2.1	Ορισμός του μετασχηματισμού Fourier (FT) . . . . .	99
2.1.1	Ειδικές μορφές του FT . . . . .	103
2.2	Ιδιότητες του FT . . . . .	111
2.3	Αρχή της αβεβαιότητας . . . . .	131
2.4	Ανισότητα τύπου Carlson . . . . .	136
2.5	Θεώρημα δειγματοληψίας . . . . .	137
2.6	Θεώρημα δειγματοληψίας συχνότητας . . . . .	139
2.7	Μετασχηματισμός Fourier περιοδικών συναρτήσεων . . . . .	140
2.8	Κλασματική παράγωγος . . . . .	140
2.9	Εφαρμογές FT . . . . .	143
2.10	Συνάρτηση μεταφοράς . . . . .	148
2.10.1	Διάδοση σήματος χωρίς παραμόρφωση . . . . .	159
2.10.2	Συχνотικά διαγράμματα . . . . .	160
2.10.3	Συχνотικά διαγράμματα Nyquist . . . . .	160
2.11	Θεωρία κυκλωμάτων με τον FT . . . . .	162
2.12	Φίλτρα . . . . .	168
2.13	Κρουστική απόκριση και συναρτήσεις Green . . . . .	180
2.14	Μετασχηματισμός Fourier-Stieltjes . . . . .	185
2.15	Μετασχηματισμός Stieltjes . . . . .	186
2.16	Μετασχηματισμός Hartley . . . . .	186
2.16.1	Ιδιότητες του HT . . . . .	188
2.17	Μετασχηματισμοί cosine Fourier (FCT) και sine Fourier (FST) . . . . .	192
2.17.1	Ιδιότητες του FCT και του FST . . . . .	193
2.18	Μετασχηματισμός Fourier δύο διαστάσεων (2-DFT) . . . . .	198
2.19	Αρμονικοί μετασχηματισμοί δύο διαστάσεων . . . . .	201
2.20	Μετασχηματισμός Fourier στις 3 διαστάσεις . . . . .	202
2.21	Επίλυση διαφορικών εξισώσεων μερικών παραγώγων με μετασχηματισμό Fourier . . . . .	209
2.21.1	Ηλεκτρομαγνητικό Πεδίο . . . . .	218
2.21.2	Κλασματικός τελεστής Laplace . . . . .	223

2.22	Μετασχηματισμός Fourier στις $n$ -διαστάσεις . . . . .	224
2.22.1	Ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier στις $n$ -διαστάσεις . . . . .	225
2.23	Quaternionic μετασχηματισμός Fourier (QFT) . . . . .	227
2.23.1	Ιδιότητες του QFT . . . . .	228
2.24	Μετασχηματισμός Clifford Fourier (CFT) . . . . .	229
2.24.1	Η άλγεβρα Clifford $Cl_n$ . . . . .	230
2.25	Μετασχηματισμός Hankel . . . . .	230
2.25.1	Ιδιότητες του μετασχηματισμού Hankel . . . . .	232
2.26	Μετασχηματισμός Radon . . . . .	236
2.26.1	Σημειακή πηγή . . . . .	240
2.26.2	Ιδιότητες του μετασχηματισμού Radon . . . . .	240
2.26.3	Υπολογισμός παραγώγων μετασχηματισμού . . . . .	246
2.26.4	Μετασχηματισμός συνέλιξης . . . . .	246
2.26.5	Μετασχηματισμοί που περιλαμβάνουν πολυώνυμα Hermite . . . . .	247
2.26.6	Σχέση με το μετασχηματισμό Fourier . . . . .	249
2.26.7	Αντίστροφος μετασχηματισμός Radon . . . . .	250
2.26.8	Κυκλικός μετασχηματισμός Radon . . . . .	251
2.26.9	Γενικευμένος κυκλικός μετασχηματισμός Radon . . . . .	253
2.26.10	Ιδιότητες του κυκλικού μετασχηματισμού . . . . .	253
2.26.11	Γενίκευση του μετασχηματισμού Radon και μετασχηματισμός Hough . . . . .	258
2.26.12	Εφαρμογές του μετασχηματισμού Radon . . . . .	261
2.26.13	Τομογραφία . . . . .	262
2.26.14	Εφαρμογές επεξεργασίας εικόνας . . . . .	265
2.26.15	Μετασχηματισμός Legendre . . . . .	267
2.27	Μετασχηματισμός Hilbert . . . . .	280
2.27.1	Μετατόπιση φάσης $\pm\pi/2$ . . . . .	282
2.27.2	Αναλυτικά Σήματα . . . . .	284
2.27.3	Ιδιότητες του μετασχηματισμού Hilbert . . . . .	286
2.27.4	Αιτιατά συστήματα και μετασχηματισμοί Hilbert . . . . .	290
2.28	Τελεστές του μετασχηματισμού Fourier . . . . .	294
2.28.1	Τελεστής κλιμάκωσης . . . . .	294
2.28.2	Τελεστής μετατόπισης . . . . .	295
2.28.3	Τελεστής πολλαπλασιασμού . . . . .	295
2.28.4	Τελεστής συνέλιξης . . . . .	296
2.28.5	Ιδιοκαταστάσεις του τελεστή $\mathcal{F}$ . . . . .	297
2.29	Μετασχηματισμοί χρόνου - συχνότητας . . . . .	299
2.30	Ιδιότητες της κατανομής Wigner . . . . .	301
2.31	Κλασματικός μετασχηματισμός Fourier . . . . .	309
2.32	Κλασματικοί μετασχηματισμοί . . . . .	310
2.33	Σειρές Fourier . . . . .	315
2.33.1	Εκθετική σειρά Fourier . . . . .	316
2.33.2	Τριγωνομετρική σειρά Fourier . . . . .	325
2.33.3	Εφαρμογή της σειράς Fourier - το πρόβλημα του Dirichlet . . . . .	327
2.33.4	Ιδιότητες σειρών Fourier . . . . .	330
2.34	Ταυτότητα του Jacobi για τη συνάρτηση θήτα . . . . .	341
2.35	Φαινόμενο του Gibbs . . . . .	342
2.36	Σειρές Fourier για περιοδικές συναρτήσεις - $2L$ . . . . .	345
2.37	Σειρά Fourier συναρτήσεων οριζόμενων σε πεπερασμένο διάστημα . . . . .	347
2.38	Εφαρμογή της σειράς Fourier στις διαφορικές εξισώσεις . . . . .	347
2.39	Μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων . . . . .	349
2.40	Γεννήτορες συναρτήσεων . . . . .	351

<b>3</b>	<b>Προβλήματα στην Ανάλυση Fourier</b>	<b>355</b>
<b>4</b>	<b>Μετασχηματισμός Laplace</b>	<b>381</b>
4.1	Μετασχηματισμός Laplace . . . . .	381
4.2	Ιδιότητες LT . . . . .	384
4.2.1	Πολλαπλά ολοκληρώματα . . . . .	397
4.2.2	Θεώρημα ορίου του LT . . . . .	398
4.2.3	LT ενός πίνακα . . . . .	398
4.2.4	Προβλήματα . . . . .	398
4.3	Αντίστροφος LT μιας ρητής συνάρτησης . . . . .	402
4.3.1	Απλές ρίζες . . . . .	402
4.3.2	Πολλαπλές ρίζες . . . . .	403
4.3.3	Προβλήματα . . . . .	404
4.3.4	Ζεύγος μιγαδικών πόλων . . . . .	406
4.4	Επίλυση διαφορικών εξισώσεων . . . . .	407
4.4.1	Προβλήματα . . . . .	408
4.5	Θεωρία κυκλωμάτων με τον LT . . . . .	409
4.5.1	Ωμική Αντίσταση . . . . .	409
4.5.2	Αυτεπαγωγή . . . . .	410
4.5.3	Χωρητικότητα . . . . .	411
4.5.4	Αμοιβαία επαγωγή . . . . .	411
4.5.5	Προβλήματα . . . . .	412
4.6	Συνάρτηση μεταφοράς συστήματος . . . . .	414
4.6.1	Εφαρμογή του θεωρήματος της τελικής τιμής . . . . .	414
4.7	Ενδιαφέροντα προβλήματα . . . . .	419
4.7.1	LT του $r^n$ . . . . .	419
4.7.2	Αντίστροφος LT που δίνει $r^{n-1}$ . . . . .	419
4.7.3	LT χρονικά μετατοπισμένων συναρτήσεων . . . . .	420
4.7.4	Διαφοροεξισώσεις και διαφορικές-διαφοροεξισώσεις . . . . .	420
4.8	Αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace . . . . .	421
4.8.1	Μόνιμη κατάσταση . . . . .	425
4.8.2	Αναλυτική αντιστροφή του μετασχηματισμού Laplace . . . . .	430
4.8.3	Αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace του Widder . . . . .	432
4.8.4	Γενικευμένος μετασχηματισμός Laplace . . . . .	434
4.9	Η $q$ -γενίκευση του μετασχηματισμού Laplace . . . . .	435
4.10	Μερικές διαφορικές εξισώσεις . . . . .	438
4.11	Γραμμές μεταφοράς . . . . .	442
4.11.1	Λύση των εξισώσεων με μετασχηματισμό Laplace . . . . .	444
4.11.2	Γραμμή μεταφοράς απείρου μήκους . . . . .	449
4.12	Χώρος κατάστασης . . . . .	449
4.13	Μετασχηματισμός Mellin . . . . .	453
4.13.1	Ιδιότητες του μετασχηματισμού Mellin . . . . .	457
4.14	Μετασχηματισμός Abel . . . . .	461
4.15	Μετασχηματισμός Sumudu . . . . .	464
4.16	Μετασχηματισμός Gauss . . . . .	473
4.16.1	Μετασχηματισμός T . . . . .	476

<b>5 Lagrange &amp; Ανάλυση Κυκλωμάτων</b>	<b>479</b>
5.1 Αναλυτική Μηχανική . . . . .	479
5.1.1 Θεώρηση των συνδέσμων κίνησης . . . . .	479
5.1.2 Η ιδέα των δυνατών έργων . . . . .	480
5.1.3 Εξίσωση του Lagrange στη μορφή του Nielsen . . . . .	487
5.1.4 Κινητική ενέργεια στις 3 διαστάσεις . . . . .	488
5.1.5 Θεώρημα Virial . . . . .	490
5.1.6 Κρουστικές δυνάμεις . . . . .	491
5.1.7 Σχέσεις μεταξύ δύο λαγκρανζιανών . . . . .	492
5.1.8 Δυναμικά εξαρτώμενα από την ταχύτητα . . . . .	493
5.2 Λαγκρανζιανές και κυκλώματα . . . . .	494
5.2.1 Κυκλώματα με πηγές τάσης . . . . .	495
5.2.2 Κυκλώματα με αντίσταση . . . . .	496
5.2.3 Αμοιβαία επαγωγή . . . . .	498
5.2.4 Γραμμές μεταφοράς . . . . .	500
5.3 Υπολογισμός λαγκρανζιανής για γνωστή δύναμη $F(q, \dot{q}, t)$ . . . . .	503
5.4 Αρχή της ελάχιστης δράσης . . . . .	506
5.4.1 Θεωρία των μεταβολών . . . . .	506
5.4.2 Εξίσωση του Lagrange & αρχή του Hamilton . . . . .	508
5.4.3 Λαγκρανζιανές με παραγώγους ανωτέρου βαθμού . . . . .	509
5.4.4 Κυκλικές συντεταγμένες . . . . .	511
5.5 Γενικευμένο δυναμικό Ηλεκτρομαγνητικού πεδίου . . . . .	512
5.5.1 Μετασχηματισμοί βαθμίδας . . . . .	514
5.5.2 Ηλεκτροδυναμική του Weber . . . . .	515
5.6 Εξισώσεις Hamilton & κυκλώματα . . . . .	516
5.6.1 Συμπλεκτικός συμβολισμός . . . . .	520
5.6.2 Εξισώσεις των Hamilton - Lagrange . . . . .	521
5.6.3 Αγκύλες του Poisson . . . . .	522
5.7 Θεώρημα της Noether . . . . .	524
5.7.1 Δυνατές μετατοπίσεις . . . . .	526
5.8 Πολλαπλασιαστές του Lagrange . . . . .	527

## **Ανάλυση Ψηφιακού Σήματος** **531**

<b>6 Σήματα &amp; Συστήματα Διακριτού Χρόνου</b>	<b>533</b>
6.1 Σήματα διακριτού χρόνου . . . . .	533
6.1.1 Κρουστική ακολουθία . . . . .	533
6.1.2 Μοναδιαία βηματική ακολουθία . . . . .	534
6.1.3 Μοναδιαία ακολουθία ράμπας . . . . .	534
6.1.4 Αρμονικές ακολουθίες . . . . .	534
6.1.5 Συμμετρικές ακολουθίες . . . . .	537
6.1.6 Εκθετική ακολουθία . . . . .	539
6.2 Πράξεις μεταξύ σημάτων διακριτού χρόνου . . . . .	540
6.3 Συστήματα διακριτού χρόνου . . . . .	543
6.4 Απόκριση ΓΧΑΣ σε τυχαίο σήμα εισόδου . . . . .	546
6.4.1 Συνέλιξη . . . . .	546
6.4.2 Ιδιότητες της συνέλιξης . . . . .	547
6.4.3 Συνδεσμολογία ΓΧΑ συστημάτων . . . . .	548
6.4.4 Βηματική απόκριση ενός ΓΧΑΣ . . . . .	549
6.4.5 Συσχέτιση σημάτων διακριτού χρόνου . . . . .	550
6.4.6 Ορισμός της συσχέτισης και αυτοσυσχέτισης . . . . .	550

6.4.7	Ιδιότητες αυτοσυσχέτισης . . . . .	552
6.5	Συστήματα διακριτού χρόνου δύο διαστάσεων . . . . .	553
<b>7</b>	<b>Μετασχηματισμός <math>Z</math></b>	<b>557</b>
7.1	Ορισμός του μετασχηματισμού $Z$ . . . . .	557
7.1.1	Αμφίπλευρος μετασχηματισμός $Z$ . . . . .	557
7.2	Ιδιότητες του μετασχηματισμού $Z$ . . . . .	558
7.3	Συνάρτηση μεταφοράς . . . . .	563
7.3.1	Μηδενικά και πόλοι . . . . .	564
7.4	Αντίστροφος μετασχηματισμός $Z$ . . . . .	568
7.5	Μετασχηματισμός Laplace- $Z$ δύο διαστάσεων . . . . .	571
7.5.1	Ιδιότητες του μετασχηματισμού 2-D Laplace- $Z$ . . . . .	572
<b>8</b>	<b>Προβλήματα στο Μετασχηματισμό <math>Z</math></b>	<b>575</b>
<b>9</b>	<b>Εργαλεία Διακριτού Χρόνου</b>	<b>585</b>
9.1	Μετασχηματισμός Fourier διακριτού χρόνου . . . . .	585
9.2	Διαφοροεξισώσεις . . . . .	596
9.2.1	Επίλυση διαφοροεξισώσεων . . . . .	599
9.2.2	Μέθοδος μετασχηματισμού LT . . . . .	603
9.3	Θεωρία διαφοροεξισώσεων . . . . .	605
9.3.1	Ομογενής διαφοροεξίσωση πρώτου βαθμού . . . . .	606
9.3.2	Μη ομογενής διαφοροεξίσωση πρώτου βαθμού . . . . .	606
9.4	Μονόπλευρος μετασχηματισμός $Z$ . . . . .	607
9.4.1	Ορισμός του μονόπλευρου $Z$ . . . . .	607
9.4.2	Ιδιότητες του μονόπλευρου $ZT$ . . . . .	608
9.4.3	Επίλυση διαφοροεξισώσεων . . . . .	611
9.5	Μετασχηματισμός Fourier διακριτού χρόνου στις δύο διαστάσεις . . . . .	613
9.6	Πλέγμα με άπειρο αριθμό αντιστάσεων . . . . .	616
9.7	Μετασχηματισμός $Z$ σε δύο διαστάσεις . . . . .	621
9.8	Διακριτός μετασχηματισμός Fourier . . . . .	624
9.8.1	Διακριτή σειρά Fourier (DFS) . . . . .	624
9.8.2	Ιδιότητες του DFS . . . . .	625
9.8.3	Διακριτός μετασχηματισμός Fourier . . . . .	626
9.8.4	Ιδιότητες του DFT . . . . .	628
<b>10</b>	<b>FIR &amp; IIR Ψηφιακά Φίλτρα</b>	<b>633</b>
10.1	Ψηφιακά φίλτρα . . . . .	633
10.1.1	Περιγραφή φίλτρων . . . . .	634
10.2	Γραμμικά χρονικά ανεξάρτητα φίλτρα . . . . .	635
10.3	Επαναλαμβανόμενο και μη-επαναλαμβανόμενο φίλτρο . . . . .	635
10.3.1	Φίλτρα πεπερασμένης απόκρισης . . . . .	636
10.3.2	Φίλτρα ατελείωτης απόκρισης . . . . .	637
10.4	Απόκριση συχνότητας . . . . .	637
10.4.1	Απόκριση ΓΧΑΣ σε εκθετικές μιγαδικές εισόδους . . . . .	637
10.4.2	Απόκριση ΓΧΑΣ σε αρμονικές συναρτήσεις . . . . .	638
10.4.3	Καθορισμός της $H(\omega)$ από διαφοροεξίσωση . . . . .	638
10.5	Σχεδίαση φίλτρων πεπερασμένης απόκρισης . . . . .	639
10.5.1	Προσδιορισμός $h(n)$ από $H(\omega)$ . . . . .	639
10.5.2	Η μέθοδος Fourier για τη σχεδίαση φίλτρων FIR . . . . .	641
10.6	Φίλτρα FIR με γραμμική γωνία φάσης . . . . .	642
10.7	Προβλήματα στη σχεδίαση φίλτρων . . . . .	647

10.7.1	Σχεδίαση υπεραποφύλιτρου	647
10.7.2	Σχεδίαση ζωνοπερατού φίλτρου	647
10.7.3	Σχεδίαση ζωνοφρακτικού φίλτρου	648
10.8	Σχεδίαση φίλτρου ατελείωτης απόκρισης - IIR	648
10.8.1	Φίλτρο IIR πρώτου βαθμού	649
10.8.2	Φίλτρο IIR δευτέρου βαθμού	649

## 11 Παράρτημα

651

11.1	Συνάρτηση Γάμμα και Βήτα	651
11.2	Φόρμουλα της αντιστροφής του Möbius	655
11.3	Πολυώνυμα Chebyshev	657
11.4	Ολοκλήρωμα Stieltjes	658
11.5	Συνάρτηση cas	660
11.6	Άλγεβρα των quaternions	661
11.7	Μήκος και εμβαδόν κλειστής καμπύλης C	662
11.8	Αρμονικός ταλαντωτής	663
11.9	Πίνακας αθροισμάτων δυναμοσειρών	669
11.10	Πίνακας μετασχηματισμών Fourier	669
11.11	Πίνακας μετασχηματισμών Laplace	673
11.12	Πίνακας μετασχηματισμών ZT	677
11.13	Χρήσιμες σχέσεις	680
	Βιβλιογραφία	683
	Ευρετήριο ελληνικών όρων	691
	Ευρετήριο ξενόγλωσσων όρων	698